

### §3.3 单天线及它们的基本特性

在上一节，我们给出了描述一般射电天线的物理参数和它们之间的关系，它们既适用于描述由单个天线组成的射电望远镜性质也能用来描述由多个天线组成的射电干涉仪性质，本节在此基础上具体地给出各类单天线和它们的基本物理性质。由于单天线射电望远镜仍是当前射电天文观测的重要工具，而它又干涉仪阵的基本组元，本节我们将对它们作详细介绍，把由多个天线组成的干涉仪阵的性质放到第十章去讨论。

正如上面我们提到的那样，从拦截射电辐射流的形式来区分，有线形天线和面形天线。在射电天文中，我们经常使用的线形天线是偶极天线（dipole antenna），它们主要用于长波的接收，例如工作波长大于 1 米（近似地划分）的长波射电天文（radio astronomy at long wavelength）偶极天线。当波长接近或小于 1 米其基本上都用面形天线，这是因为面形天线的增益以  $\sim \nu^2$  因子增加。面形天线由接收面的形状来区分，如喇叭天线、抛物面天线、球面天线、柱面天线等等，其中喇叭天线在许多场合用于天线系统的馈源，而目前世界上主要使用的是抛物面和球面射电望远镜，则在面形天线中主要介绍这两类望远镜的结构、特性、以及有关校准的问题，其中一些方法和结果可以直接应用或稍作修改，就可以应用到其它类型的射电望远镜天线。

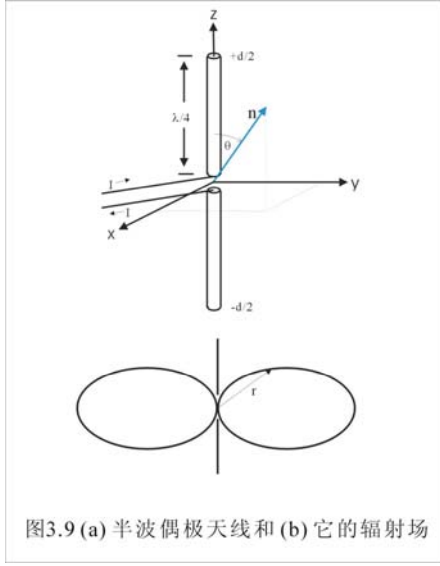
#### 3.3.1 偶极天线

在一般经典电磁辐射的教科书里（如《Classical Electromagnetic Radiation》，Marion, J. B. & Heald, M.K.）都比较详细地介绍了偶极天线的辐射，在这里不作详细介绍，只给出一些相关的结果，着重讨论射电天文感兴趣的问题。

图 3.9 (a) 给出中心驱动的半波偶极天线，天线由两小段组成，各长为  $d/2$ ， $d = \lambda/2$ ，电流从中间的两端输入，其中电流的值为

$$I = I_0 e^{-i\omega t}$$

则天线在  $\mathbf{n}$  方向每单位立体角发射的平均功率为



$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{\pi I_0^2}{8c} \sin^2 \theta = P_0 \sin^2 \theta \quad (3.36)$$

这是一种轴对称分布发射场，图 3.9 (b)给出半波偶极天线发射功率的空间分布图。对整个空间立体角积分可以获得半波偶极天线的发射总功率为

$$P_T = \int_{4\pi} P(\theta, \phi) d\Omega = \frac{8\pi}{3} P_0 \quad (3.37)$$

按照上一节天线增益的定义，半波偶极天线的增益为

$$G(\theta) = \frac{P(\theta, \phi)}{\frac{P_T}{4\pi}} = \frac{3}{2} \sin^2 \theta \quad (3.38)$$

按照方程 (3.25) 天线增益和天线有效面积的关系，半波偶极天线的有效面积为

$$A_{eff}(\theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta) = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \sin^2 \theta \quad (3.39)$$

方程 (3.36) 和 (3.37) 结合上一节天线物理参数的定义，我们可以推导出半波偶极天线如下重要的物理参数：

$$\text{最大有效面积} \quad A_0 = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \approx 0.12\lambda^2$$

$$\text{归一化功率方向图} \quad P(\theta) = \frac{A_{eff}}{A_0} = \sin^2 \theta$$

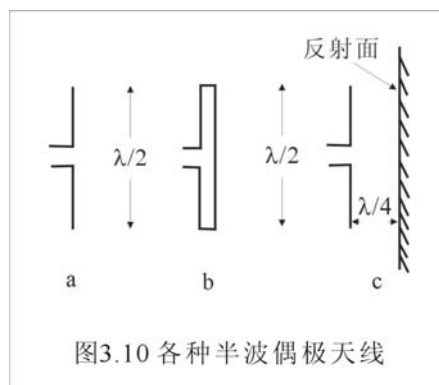
$$\text{天线方向图立体角} \quad \Omega_A = \frac{\lambda^2}{A_0} = \frac{8\pi}{3} \quad (3.40)$$

$$\text{天线温度} \quad T_A = \frac{A_0 F_s}{2k} = \frac{3\lambda^2}{16k} F_s \quad (3.41)$$

$$\text{天线半功率全宽} \quad HPFW = \frac{\pi}{2} \quad (3.42)$$

分析上面列出的重要结果我们可以发现：半波偶极天线 HPFW 很宽，而且与波长无关，抛物面天线主焦式射电望远镜当工作在长厘米波段时，半波偶极天线作为馈源能比较均匀地照明抛物主反射面，由于馈源喇叭也不可能做得太大，于是在  $P$  波段 ( $\lambda = 90 \text{ cm}$ ) 和  $L$  波段 ( $\lambda = 20 \text{ cm}$ ) 有些天线仍用偶极天线为馈源；另外，半波偶极天线的最大有效面积和天线温度与工作波长的平方成正比，长波越长有效面积越大，天线温度越高，制造也很简单，这就是为什么在长波都采用偶极天线的原因。20 MHz

( $\lambda=1.5$  米) 半波偶极天线有效面积约 0.27 平方米, 若最小可检测的天线温度为 0.01K, 则偶极天线的



的灵敏度约为 33 Jy。由于偶极天线制造简单造价便宜, 可以制成由几千乃至上万个偶极天线组成的长波偶极天线阵, 灵敏度可以很高。

半波偶极天线的偏振特征是很清楚的, 它只能接收 (或发射) 平行于天线方向的偏振辐射, 则对于功率为  $P$  的完全非偏振辐射, 偶极天线只能接收到  $P/2$  的辐射。为了接收另外一个垂直方向的偏振辐射或圆偏振辐射, 可以在垂直方向再安装一个偶极天线。

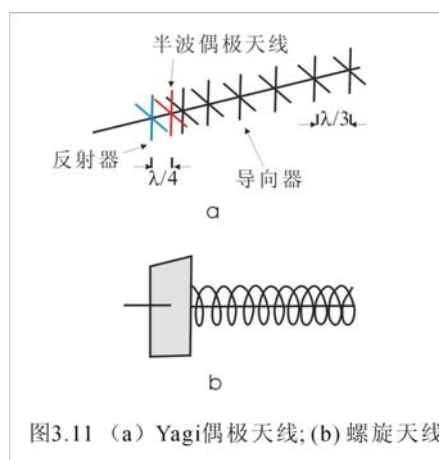
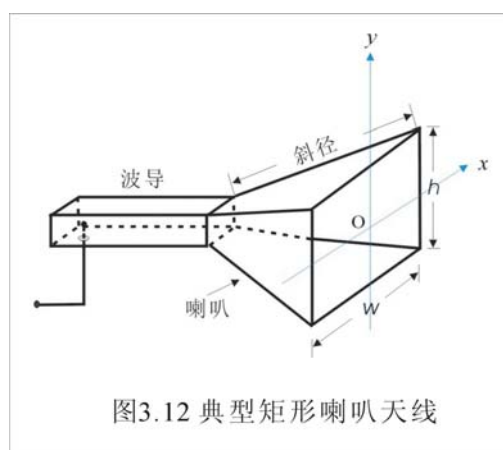


图 3.10 给出各种半波偶极天线, 包括线偶极天线、折合偶极天线和带有反射器的偶极天线。图 3.11 (a) 所示的是八木 (也称 Yagi) 偶极天线, 它由两个相互垂直的偶极子组成, 因此它可以接收相互垂直的两个偏振的辐射。在它后面有一个反射器, 前面有一个导向器, 其中导向器由多个类似十字形偶极天线的十字金属架组成。反射器是为了削减后瓣, 导向器是为了提高 Yagi 偶极天线的方向性和增益。图 3.11 (b) 所示的是螺旋天线。

### 3.3.2 喇叭天线

喇叭天线是孔径类天线中最简单的一种天线, 也是理论上研究得最清楚最透彻并与实际观测符合得最好的天线。正由于这个特性, 喇叭天线在射电天文作出过很大的贡献。在 1965 年, Penzias 和 Wilson 两位美国射电天文学家利用贝尔电话实验室的喇叭天线发现了微波宇宙背景辐射, 这是继 Hubble 宇宙膨胀以后现代天文学中最重要的发现, 它是宇宙学的里程碑, 使宇宙学从无休止的理论探索跳跃到可以实验观测, 成为现代天文学的



重要分支。鉴于微波宇宙背景辐射重大发现, Penzias 和 Wilson 在 1978 年获得诺贝尔物理奖, 他们的成功一部分应记在喇叭天线上。由于喇叭天线的有效面积和天线发现图理论上可以计算的很准确, 它是对射电天文校准源作绝对流量测量最好的射电望远镜天线。今天喇叭天线作为天线系统中的馈源

应用得非常广泛，与偶极天线馈源相比，它使天线有更大的增益，另外它也是决定天线照明函数的关键设备。

图 3.12 给出一个典型矩形喇叭天线的结构，它由单极线天线、波导和喇叭组成，波导起微波传输线的作用，如果一端开放，电磁波会从这个口子发射出去。为了提高发射增益，必须加大这个开放的发射孔径，加大波导口不是办法，它不仅会使干扰增大，而且也不经济。一个好办法是波导口慢慢地扩大形成喇叭，它既能到达增加天线增益，又能起防止干扰进入波导的作用。为了获得给定喇叭孔径有最大的增益，喇叭张大的锥度（taper）要很小，也就是说喇叭的斜径要足够长以至从波导发出的电磁波在喇叭口上有相同的相位。

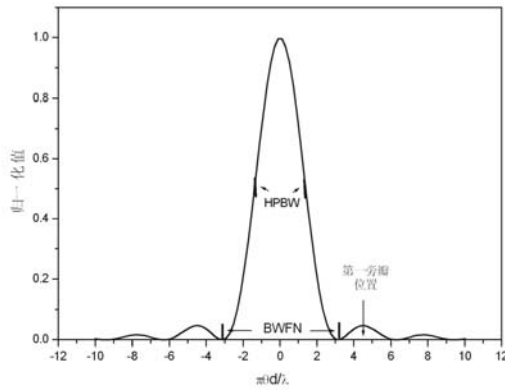


图3.13 喇叭天线方向的功率方向图

一个实际的矩形喇叭天线斜径不可能做得很长，从波导发射的一束球面波，到达喇叭孔径中心和喇叭边缘是不同的，在  $y$ （电子学中称  $E$  平面）方向可以近似地看成是均匀的，但在  $x$ （电子学中称  $H$  平面）方向则不然，一般可作余弦分布近似。研究表明，当喇叭孔径比波长大得多时，喇叭口面上得孔径场分布可以近似为均匀场。参考上一节习题 3.2 给出均匀矩形孔径场的场方向图方程（E3.2-12），在  $E$  平面（ $\phi = \pi/2$ ）和  $H$  平面（ $\phi = 0$ ）分别电场为

$$E_E = \frac{\sin(\pi w / \lambda)}{\pi w / \lambda} = \frac{\sin(\pi \sin \theta w / \lambda)}{\pi \sin \theta w / \lambda} \quad (3.43)$$

$$E_H = \frac{\sin(\pi h / \lambda)}{\pi h / \lambda} = \frac{\sin(\pi \sin \theta h / \lambda)}{\pi \sin \theta h / \lambda}$$

上式中  $w$  是矩形喇叭天线  $H$  平面的实际长度， $h$  是  $E$  平面的实际长度。若  $\theta$  很小，矩形喇叭天线在这两个平面的功率方向图为

$$P_E(\theta) = \left[ \frac{\sin(\pi \theta w / \lambda)}{\pi \theta w / \lambda} \right]^2 \quad (3.44)$$

$$P_H(\theta) = \left[ \frac{\sin(\pi \theta h / \lambda)}{\pi \theta h / \lambda} \right]^2$$

图 3.13 给出喇叭天线的功率方向图。正弦的第一零点发生  $\pm \pi$  的地方，则喇叭天线的主瓣宽度为

$$BWFN = \frac{2\lambda}{d} \quad (3.45)$$

上式中的  $d$  既可以用  $w$  代入也可以用  $h$  代入。由  $P_E(\theta) = 1/2$  可以解算得到喇叭天线半功率宽度为

$$HPBW = 0.8858 \frac{\lambda}{d} \quad (3.46)$$

第一旁瓣位于

$$\frac{4.5 \lambda}{\pi d} \quad (3.47)$$

旁瓣的值为 0.0472，对应分贝值为 13.3，旁瓣的水平是很高的。

在整个空间立体角里对功率方向图积分可以得到方向图立体角 $\Omega_A$

$$\Omega_A = \frac{\lambda^2}{wh} \quad (3.48)$$

则最大增益为 (参看方程 E3.1-7)

$$G_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\lambda^2} wh = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff,0} \quad (3.49)$$

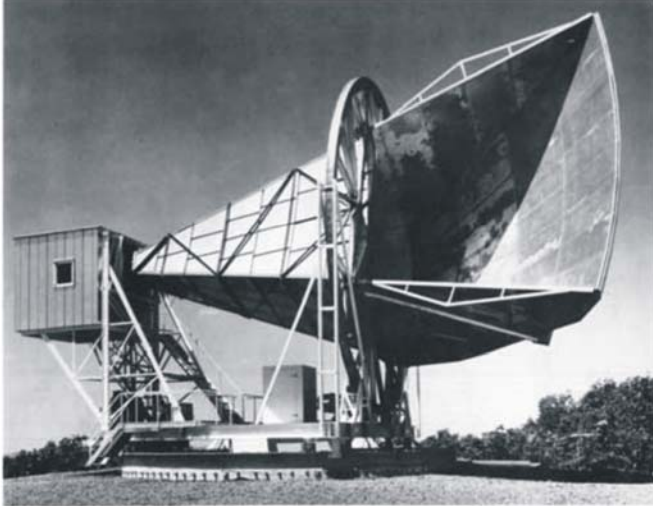


图3.14 位于美国新泽西州Holmdel镇贝尔电话实验的喇叭天线，它在美国国家宇航局（NASA）被动通讯卫星项目支持下在1959年建成。喇叭天线孔径约6.1米，长度约为15米，天线水平装置，喇叭天线支架底部安装在轮轨上，它整个能在水平位置上自由转动，天线的俯仰是通过直径近9米的高度轮转动来实现的。图中左边的小屋里的接收机直接地接在喇叭天线上，减少了传输线引起的噪声。

从上面的分析我们知道，矩形喇叭天线的优点是制造简单、增益大、工作带宽宽，可以接收或发射所需要某个偏振的电磁波，并可以在  $H$  平面和  $E$  平面设计不同的功率方向图。矩形喇叭天线是把矩形波导中的电磁能逐渐扩大发射到自由空间，或把自由空间的电磁能慢慢汇集输入矩形波导最好的传输工具，因此它作为馈源应用非常广泛。喇叭接收到的辐射送入波导，为了防止高阶波模引起干扰影响传播效率，

总是把波导最长边的尺寸  $w$  设计为  $\lambda/2 \leq w \leq \lambda$ ，为了提高喇叭天线的增益，喇叭的斜径又必须足够大，这就是波长越长要求喇叭天线越大的原因。矩形喇叭天线的缺点是旁瓣和后瓣水平高。

图 3.14 给出在 4.08 GHz 上，Penzias 和 Wilson 发现宇宙背景的喇叭天线。

### 3.3.3 抛物反射面天线

上面介绍的偶极天线和喇叭天线是接收电磁辐射并直接把它们转换成电流或输入到传输线的天

线，下面要介绍的抛物面和球面天线，它们只起到反射和聚集的作用，有的书中把它们称为反射天线（reflector antenna），它们一般都和偶极天线或喇叭天线组成天线系统。早在 1888 年，Heinrich Hertz 就建造了世界上第一架反射天线，大致可以这样说，射电天文观测波长小于 1 米（300 MHz）的天线大都用反射天线系统，它们广泛应用的原因是它们有很高的增益，一般都大于等于 1000（30dB）。反射天线系统中，抛物面和球面天线是射电天文应用中应用最普遍的两种反射天线，本节详细地介绍抛物面天线，下一节将介绍球面天线。

## 反射面天线几何光学

物像之间等光程性的费马原理是反射面天线系统结构的基础。图 3.15 是一面反射天线，它的物点是遥远的射电源，来自它的平面电磁波，经反射面反射，聚焦到离反射面顶点距离为  $f$  的焦点上。考虑其中一条离光轴  $y$  且平行于光轴的射线，它经  $P$  点反射到达焦点  $O$ ，根据费马原理的等光程性，要求  $2f = l + (f - \Delta)$  或者  $l = f + \Delta$ 。从图 3.15 我们有

$$l^2 = y^2 + (f - \Delta)^2$$

其中  $l$  是焦点到  $P$  点的向径， $\Delta$  是  $P$  在光轴上的投影到反射面顶点的距离。若用  $z$  代替  $\Delta$ ，则上式可简化为

$$y^2 = 4fz$$

如果反射面顶点的曲率半径为  $R$ ，则有  $f = R/2$ ，上式可以写改为

$$y^2 = 2Rz \quad (3.50)$$

方程（3.50）为抛物面方程，由于我们研究的是轴对称系统，只要在方程（3.50）中用  $x^2 + y^2$  代替  $y^2$ ，它就是一个旋转抛物面方程。从上面的讨论我们发现，要使入射到整个口径平行于光轴的射线成像于一点，整个口径的都应满足费马等光程性，则要求这个反射面为一个旋转抛物面镜。

如果用极坐标  $(l, \theta)$  来表示方程（3.50），我们有

$$l = \frac{2f}{1 + \cos \theta} = \frac{f}{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (3.51)$$

$$y = l \sin \theta = \frac{2f \sin \theta}{1 + \cos \theta} = 2f \tan \frac{\theta}{2}$$

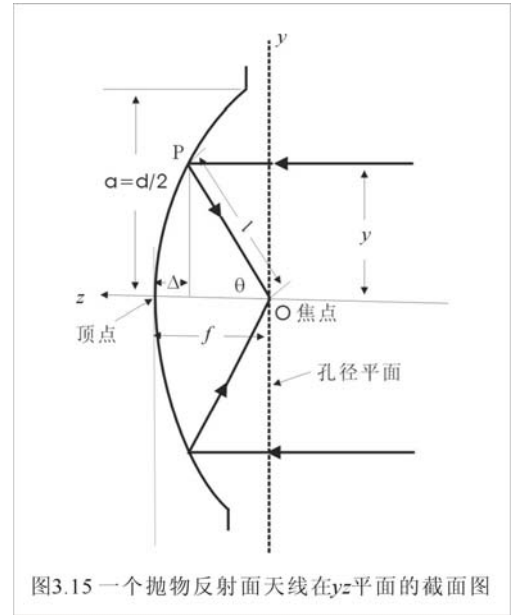
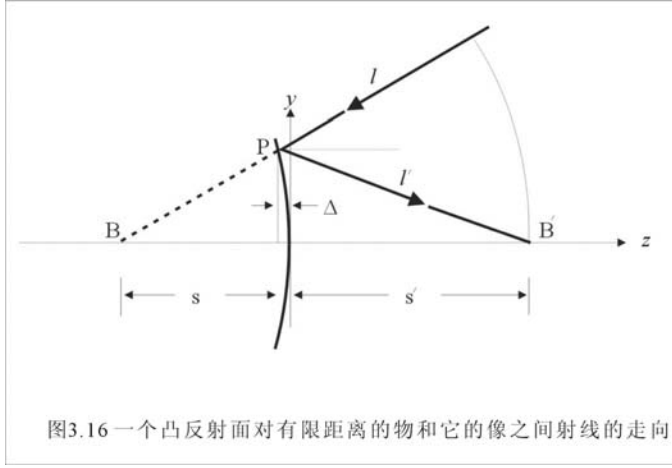


图3.15 一个抛物反射面天线在yz平面的截面图

其中  $\theta$  如图所示，是  $P$  点位置的极角。如果抛物反射面天线直径为  $D$ ，有  $|y| \leq D/2$ ，于是抛物反射面天线的直径  $D$  和焦距  $f$ （有时用焦比  $f/D$ ）是它的两个最基本的参数。



在反射天线系统中，为了提高天线的增益有时用两个反射面，其中一面是凹镜面，如抛物反射面，另一面是凸镜面。图 3.16 给出这样的凸反射面，其中虚物点在  $B$  点，而像在  $B'$ ，物点和像点都在光轴  $z$  上。入射是一个会聚的同心光束，中心是在  $B$  点，其中虚线弧是一段以  $B$  为圆心  $BB'$  为半径的圆弧。应用费马等光程原理，两条向着  $B$  点而交于  $B'$  的射线有

$$l + l' = 2s'$$

利用图 3.16 中的几何关系， $d^2 = y^2 + (s - \Delta)^2$ ， $l + d = s' + s$ ， $l'^2 = y^2 + (s' + \Delta)^2$  并把这些关系代入上式，消去  $l$ 、 $l'$  和  $d$ ，并考虑  $\Delta = z$ ，我们获得

$$y^2 - 4z \frac{ss'}{s + s'} + 4z^2 \frac{ss'}{(s + s')^2} = 0 \quad (3.52)$$

假如我们取  $b^2 = ss'$ ， $2a = s + s'$ ，方程 (3.52) 就可以化为顶点在  $(0, 0)$  的标准双曲面方程

$$\frac{(z - a)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

或写成

$$y^2 + 2z \frac{b^2}{a} - z \frac{b^2}{a^2} = 0 \quad (3.53)$$

在上面方程中，用  $x^2 + y^2$  代替  $y^2$  就给出了光轴为对称轴的旋转双曲面。读者也很容易证明，当  $s = \infty$  时，即物是无限远处的恒星，这个光学面就变成了旋转抛物面。

从上面的分析我们清楚，如果反射天线只有一个反射面组成，这个反射面一定是旋转抛物面；如果反射天线由两个反射面组成，其中主反射面是抛物面，它反射来自射电源的一束平行于光轴的射线，并把它们汇聚起来，如图 3.17 所示，在没有到达主抛物反射面焦点以前，这束射线被一个旋转双曲面反射而交于它的另一个焦点，这个由抛物面和双曲面组成的双反射面天线系统就是经典的卡塞

格伦（Cassegrain，以下简称卡式）系统，口径比较小的双曲反射面称副面，口径比较大的抛物反射面称主反射面。从图 3.17 发现，我们把主反射面和副面同一个方向从实线移到虚线，设  $2\Delta z_1 = 2\Delta z_2$  保证物点到像点的光程没有变，这意味着各种偏心率的主镜和副镜的组合都可以构成一个卡塞格伦系统，这些系统叫修正的卡塞格伦系统。

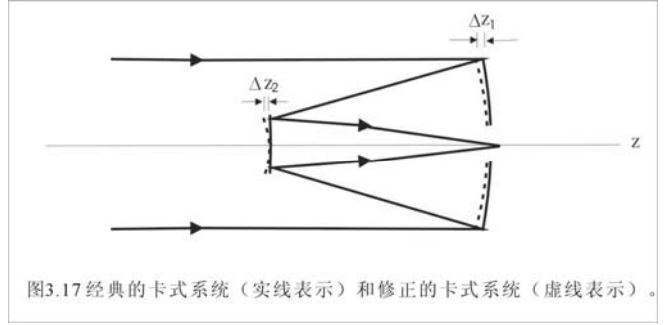


图3.17 经典的卡式系统（实线表示）和修正的卡式系统（虚线表示）。

最后提醒读者注意，反射面天线的几何光学处理应满足以下两个前提条件：（1）反射面（包括主面和副面）的曲率半径大于观测波长，在反射面上的每一个点都可以看成平面；（2）反射面是一个完全导体。

## 圆孔径天线的性质

在习题 3.3 里我们给出均匀圆孔径场分布的功率方向图[参看方程 (E3.3-4)]

$$P(\theta) = \frac{4J_1^2(\pi\theta D/\lambda)}{(\pi\theta D/\lambda)^2} \quad (3.54)$$

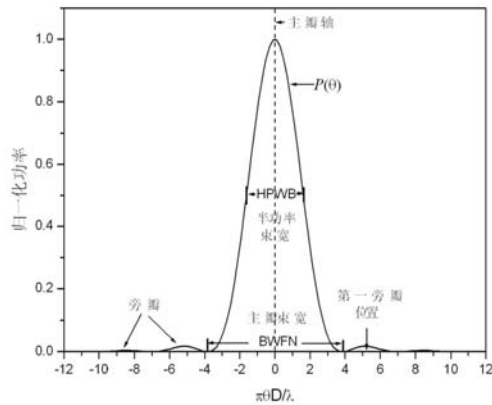


图3.18 均匀圆孔径远场功率方向图的直角坐标表示 瓣、主瓣宽度、半功率束宽、旁瓣等概念显示得

很清楚。用  $P(\theta) = 1/2$  我们可以得到均匀圆孔径场功率方向图的半功率点的位置（参看图 3.18）

$$\pi\theta_{0.5} \frac{D}{\lambda} = 1.6162$$

于是半功率束宽为

$$HPBW = 2\theta_{0.5} = 1.02 \frac{\lambda}{D} \quad (3.55)$$

在上一节我们已经谈到，射电天文中一般用主瓣半功率束宽作为射电望远镜天线的空间分辨率，另外，



$J_1(x)$  的第一零点给出功率方向图的第一零点位置

$$\pi\theta_0 \frac{D}{\lambda} = 3.8317$$

于是第一零点束宽为

$$WBFN = 2\theta_0 = 2.439 \frac{\lambda}{D} \quad (3.56)$$

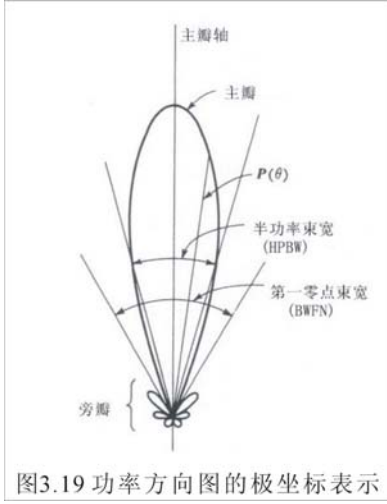


图3.19 功率方向图的极坐标表示

第一旁瓣的高度为 0.017，对应为 17.7 dB，有很高的旁瓣。

在整个空间对功率方向图表达式 (3.54) 积分，我们得到方向图立体角

$$\Omega_A = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\lambda}{D} \right]^2 \quad (3.57)$$

根据方向图立体角与天线增益和天线有效面积的关系 (E3.1-7)，我们有均匀圆孔径天线的最大有效面积为

$$A_{eff,0} = \pi \left[ \frac{D}{2} \right]^2 = A_g$$

它与均匀矩形孔径天线一样，最大有效面都等于孔径的几何面积。由此，均匀圆孔径天线最大的天线增益为

$$G_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_g = \left[ \pi \frac{D}{\lambda} \right]^2 \quad (3.58)$$

圆孔径天线的增益与  $\sim [D/\lambda]^2$  成正比，如一架 50 米的天线工作在 1 GHz ( $\lambda = 30$  厘米)，它的增益约为  $2.7 \times 10^5$ ，天线口径越大工作波长越短增益越高，这就是在射电天文里一般都用反射面天线的原因。

实际天线有效面积不可能等于它的几何面积，方程 (3.58) 应改写为

$$G_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_A A_g \quad (3.59)$$

其中  $\eta_A \leq 1$  为上一节定义的天线效率。天线效率不等于 1 是由多种因素造成的，一般天线效率可以表示为以下四种效率的乘积

$$\eta_A = e_r \eta_t \eta_s \eta_a \quad (3.60)$$

其中  $e_r$  为辐射效率、 $\eta_t$  是削尖效率 (taper efficiency)、 $\eta_s$  为溢出效率 (spillover efficeincy)、最后  $\eta_a$

为天线的技术效率（achievement efficiency）。上一节我们已经定义了辐射效率  $e_r$ ，如果是一架发射天线，辐射效率定义为天线发射的总功率与输给天线的总功率之比；实际天线孔径场分布不可能是均匀分布，一般总是中央比较高边缘比较小（tapering），这种不均匀分布引起天线效率的降低称作为削尖效率  $\eta_t$ ；如下面的图 3.18 所示，反射天线总是与馈源（偶极天线或喇叭天线）组合在一起构成一个天线系统，馈源的功率方向图总有一部分在反射天线的外面，这意味着反射面天线没有把馈源发出的功率全部截获，有一部分功率损失了，天线的这种功率损失称为溢出。天线的溢出效率  $\eta_s$  定义为反射面天线截获的功率与馈源发射的总功率之比。有的书中把削尖效率和溢出效率通称为照明效率（illumination efficiency）  $\eta_i = \eta_t \eta_s$ ；天线的技术效率是由多种因素造成的，包括天线面板随机误差、孔径遮挡、实际天线反射面偏离设计形状引起的反射面相位误差、馈源相位误差等等。好的天线设计将提供  $\eta_A \approx 0.65$  或更高的天线效率。

**习题 3.3** 本习题比较详细地导出均匀圆孔径场分布的功率方向图表达式（3.54）。在习题 3.2 中我们给出了孔径场（或孔径照明）分布和远场方向图之间的 Fourier 变换关系 [参看方程（E3.2-8）]

$$E(l, m) = C_0 \iint \varepsilon(\xi, \eta) e^{-ik(l\xi + m\eta)} d\xi d\eta$$

假如这个孔径是一个圆孔径，孔径平面圆心位于坐标系的原点，把直角坐标系变成极坐标系，有孔径场分布值

$$\varepsilon(\rho, \varphi) = \begin{cases} \text{有值} & \rho \leq a \\ 0 & \rho > a \end{cases}$$

把孔径平面的笛卡尔坐标换成极坐标，有

$$\xi = \rho \cos \varphi$$

$$\eta = \rho \sin \varphi$$

注意上式的  $\rho$  以波长  $\lambda$  为单位。考虑方程（E3.2-3）方向余弦  $l$ 、 $m$ 、 $n$  的表达式，衍射积分可以简化为

$$E(\theta, \varphi) = C_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} \varepsilon(\rho, \phi) e^{-i\nu \cos(\phi - \varphi)} \rho d\rho d\phi \quad (\text{E3.3-1})$$

其中  $\nu = 2\rho \sin \theta$ ，当天线孔径场分布为常数时，即  $\varepsilon(\rho, \varphi) = 1$ ，则在孔径平面上，天线孔径场为均匀分布。上式与光学中的衍射积分方程类似。由于孔径圆对称，我们可以选取  $\varphi = 0$ 。考虑实孔径，方程（E3.2-8）可改写为

$$E(\theta) = C_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-i\nu \cos \phi} \rho d\rho d\phi \quad (\text{E3.3-2})$$

利用贝塞函数积分

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ix \cos \theta} d\theta$$

考虑归一化因子  $C_0 = \pi a^2$ （注意这里的  $a$  以波长为单位），方程（E3.3-2）积分，可以得归一化场方向图

$$E(\theta) = \frac{2J_1(2\pi a \sin \theta)}{2\pi a \sin \theta} \quad (\text{E3.3-3})$$

和功率方向图

$$P(\theta) = E(\theta)E(\theta)^* = \frac{4J_1^2(2\pi a \sin \theta)}{(2\pi a \sin \theta)^2}$$

如果用天线实际直径来表示，我们有

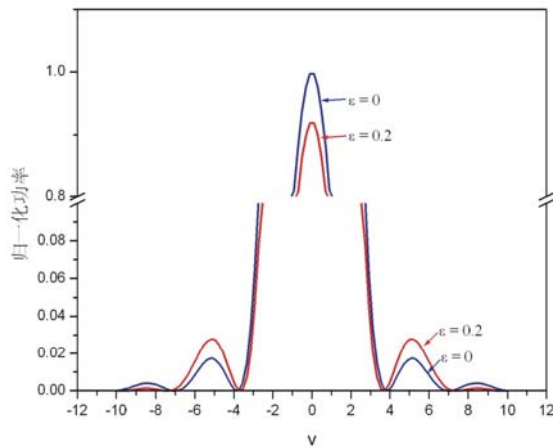
$$P(\theta) = E(\theta)E(\theta)^* = \frac{4J_1^2(\pi D / \lambda \sin \theta)}{(\pi D / \lambda \sin \theta)^2} \quad (\text{E3.3-4})$$

如果天线的直径  $D \gg \lambda$ ， $\theta \ll 1$ ，则功率方向图可以表示为

$$P(\theta) = \frac{4J_1^2(\pi \theta D / \lambda)}{(\pi \theta D / \lambda)^2} \quad (\text{E3.3-5})$$

如果是一个中空天线孔径场分布，孔径外半径为  $a$ ，内半径为  $\varepsilon a$ 。方程（E3-2）积分可以得功率方向图

$$P(v) = \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^2} \left[ \frac{2J_1(v)}{v} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(\varepsilon v)}{\varepsilon v} \right]^2 \quad (\text{E3.3-6})$$



图E3.3-1  $\varepsilon = 0$ 和 $\varepsilon = 0.2$ 两种不同情况下的功率方向图。红线表示 $\varepsilon = 0$ ，蓝线表示 $\varepsilon = 0.2$ 的功率方向图。为了能比较清楚地看见主瓣和旁瓣的变化，我们把纵轴的归一化值从0.1到0.8之间断开。

表 E3.3-1 前三个暗环的半径

$\varepsilon$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
0.00	$1.220\pi$	$2.233\pi$	$3.238\pi$
0.10	$1.205\pi$	$2.269\pi$	$3.182\pi$
0.20	$1.167\pi$	$2.357\pi$	$3.087\pi$
0.33	$1.098\pi$	$2.424\pi$	$3.137\pi$
0.40	$1.058\pi$	$2.388\pi$	$3.300\pi$

从上面的讨论我们发现，天线孔径场分布决定着天线的方向图。如果想要改变天线的功率方向图，就得改变孔径场分布。作为特例，上面给出均匀孔径场分布的功率方向图。在一般的情况下，可以把孔径场分布写成如下的形式

注意上式中 $v=2\pi a \sin \theta$ ，显然，当 $\varepsilon = 0$ 时，上式就简化为均匀实圆孔径的情形。表 E3.3-1 给出 $\varepsilon$ 分别为0、0.1、0.2、0.3和0.4时前三个暗环的半径，图 E3.3-1 给出 $\varepsilon = 0$ 和 $\varepsilon = 0.2$ 两种不同情况下以直角坐标表示的功率方向图。从表 E3.3-1 和图 E3.3-1 我们发现，当 $\varepsilon = 0.2$ ，即孔径平面被遮挡4%时，主瓣窄了，但主瓣的极值变小第一旁瓣变大，这是我们不希望的，于是减小遮挡在天线设计里是一件很重要的事情。

$$g(\rho) = \begin{cases} k + \left[1 - \left(\frac{\rho}{a}\right)^2\right]^n & \rho \leq a \\ 0 & \rho > a \end{cases} \quad (\text{E3.3-7})$$

实际需要的孔径场分布可以选取适当的  $k$  和  $n$  值。上面的孔径场分布经 Fourier 变换后，得到场方向图分布

$$E(v) = \pi a^2 k \Lambda_1(v) + \frac{\pi a^2}{n+1} \Lambda_{n+1}(v) \quad (\text{E3.3-8})$$

其中

$$\begin{aligned} v &= 2\pi a \sin \theta \\ \Lambda_n(v) &= \frac{n! J_n(v)}{(v/2)^n} \end{aligned} \quad (\text{E3.3-9})$$

如果在孔径场分布一般形式方程 (E3.3-7) 中，选择  $k = 0$  和  $n = 0$ ，则上面的结果就简化为均匀孔径场分布的结果。详细研究一般形式孔径场分布所对应的各种功率方向图，已超出本教程的要求。表 E3.3-2 给出不同的  $k$  和  $n$  值得到的 HPBW、BWFN、旁瓣低于主瓣的程度 (db) 和最大天线有效面积  $A_{\max}$  与几何面积  $A_g$  之比。结果是很有趣的，归纳起来有：(1) 各种功率方向图的 HPBW 都正比与  $\lambda/D$ ；(2)

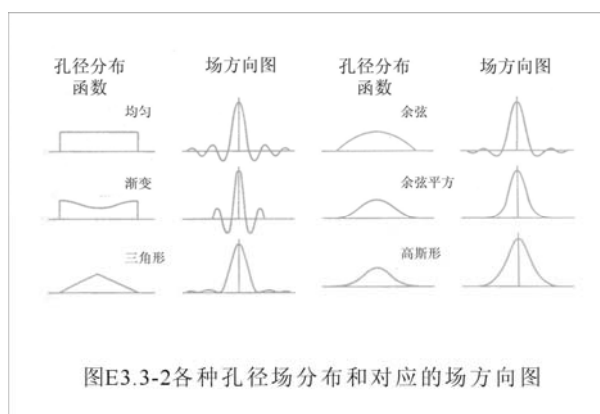


图 E3.3-2 各种孔径场分布和对应的场方向图

选取不同的  $k$  和  $n$  值，有不同的功率方向图，规律是主瓣宽则旁瓣低，而主瓣窄则旁瓣高。这个结果在预料之中，因为它遵循能量守恒原理。实际中，我们可以根据科学研究的目标来确定一个折衷的方案。

从理论上说，可以假定各种各样的孔径场分布或照明函数，可以用孔径场分布和远场方向图之间的 Fourier 变换求得对应的功率方向图，但除了一些特别的孔径场分布以外，多数情况下远场方向图的解析解是很难得到的。图 E3.3-2 给出为数不多几个孔径场分布和对应的场方向图。从图中可以发现，场方向图随孔径分布函数的改变而变化，为了获得射电望远镜要求的增益、分辨率和旁瓣电平，我们只要改变孔径分布函数就可以了。

表 E3.3-2 不同的  $k$  和  $n$  值所对应的功率方向图参数

N	k	HPBW	BWFN	旁瓣大小(db)	$A_{\max}/A_g^*$
0	0	$1.02\lambda/D$	$1.22\lambda/D$	17.6	1.00
1	0	$1.27\lambda/D$	$1.62\lambda/D$	24.7	0.75
2	0	$1.47\lambda/D$	$2.03\lambda/D$	30.7	0.55
1	0.25	$1.17\lambda/D$	$1.49\lambda/D$	23.7	0.87
2	0.25	$1.23\lambda/D$	$1.68\lambda/D$	32.3	0.81
1	0.5	$1.13\lambda/D$	$1.33\lambda/D$	22.0	0.92
2	0.5	$1.16\lambda/D$	$1.51\lambda/D$	26.5	0.88

\* 没有考虑天线的辐射损耗

## 抛物反射面天线的基本结构形式

上面我们已经谈到，抛物反射面天线是射电望远镜天线最基本的形式。按照反射面的个数，可分为单反射面天线和双反射面天线。单抛物反射面天线总是把馈源放在抛物反射面的主焦点上（参看图 3.20a），于是一般称它为主焦式射电望远镜天线。对于主反射面为抛物面的双反射面天线，从射电波射线的结构系统（光学望远镜中的光学系统）分（参看图 3.20b-f），有卡塞格林式、偏轴（offset）卡塞格林式、牛顿式（Naysmith）、波束波导式（beam waveguide）和双偏轴(dual offset) 卡塞格林式天线。

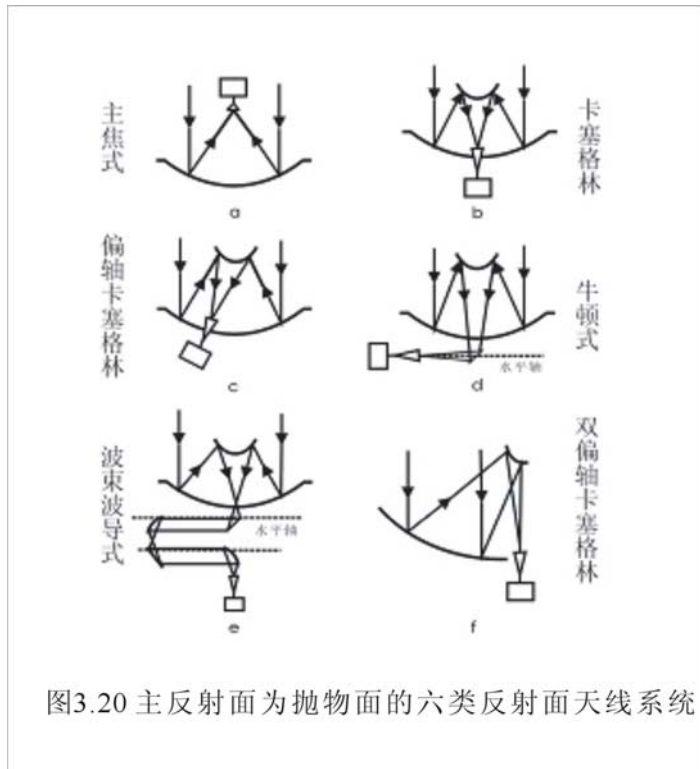


图3.20 主反射面为抛物面的六类反射面天线系统

主焦式望远镜的优点是它很简单，来自天体的辐射直接经抛物面聚焦到馈源，能量损失小。它的缺点是馈源不仅接收到来自天体的辐射，地面包括周围建筑物和人类活动的热辐射（温度约 300 K）都进入了馈源，这些不想要的能量产生的热起伏降低了天线的灵敏度。卡塞格林式天线系统的副镜改变射线的方向，把射电辐射聚焦到主反射面附近的第二焦点，在这个位置上的馈源指向天空（温度约 15 K），大大减少了地面的热噪声。

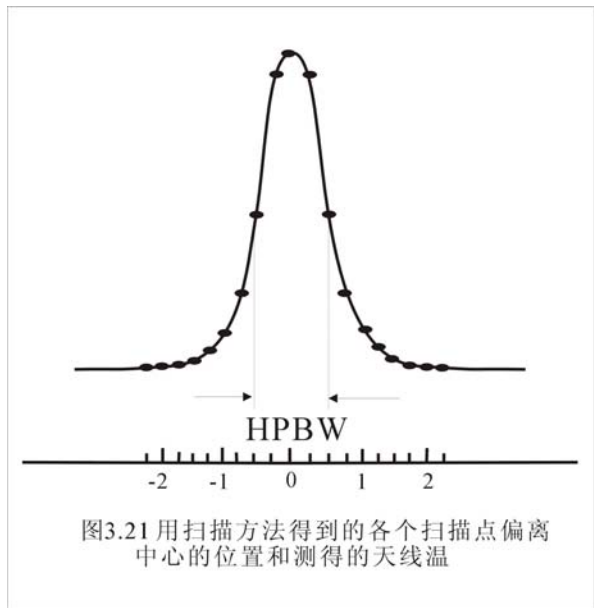
一般来说一架天线可以用于几个波段的观测，每个波段可能有不同的馈源，有的波段馈源很大很重，要把新换的馈源准确地放在焦点上并与天线的光轴对准是一件很费时的工作。偏轴卡式天线可以把不同频率的馈源放在焦点的一个圆盘内，稍稍转动付面或转动安装馈源的圆盘就可以完成切换观测频率。图 3.20 中的牛顿式和波束波导式天线是用一块平面镜或一组反射镜把由付面反射的射电辐射束转向并汇聚到馈源。它的好处是改变反射镜的方向就可以很简单地改变射电辐射束的走向，使它聚焦到不同观测波段的馈源。这种天线系统的缺点是射电辐射经过一次或多次的反射会有损耗，这种损耗对观测弱源影响特别大。双偏轴卡式天线是为了避免付镜遮挡提高天线增益的一种设计。

### 3.3.4 抛物反射面天线的指向校准

在上一节我们曾经谈到天线指向误差，它定义为天线实际指向与预期指向之间的差。讨论了抛物反射面天线的基本特性以后，可以对天线的指向误差给出更确切的定义。当天线处在工作状态时，天线增益最大的方向，或者说天线功率方向图最大的方向应准确地指向观测目标，实际上天线增益最大的方向不可能正好对准观测目标，它们之间的偏离定义为天线的指向误差。因此，为了测定天线的指向误差首先要确定天线的增益或天线的功率方向图。

#### 抛物反射面天线功率方向图的测定

测定天线的功率方向图有漂移法和扫描法两种。漂移方法是当射电源通过中天或大距之前把天线指向这两个位置，当射电源周日运动时自动漂移过天线，用一般的记录仪或数字记录系统记录下天线温度的漂移曲线，由于在这两个位置天线相对射电源近似地只在方位方向或仰角方向有运动，则得到的漂移曲线分别就是在这两个方向的功率方向图。由于漂移方法只能在中天和大距位置测天线的功率方向图，很不方便，而现代射电望远镜天线都是由计算机控制的地平式系统，可以随时算出天线指向位置，于是目前流行



测定天线功率方向图的方法是扫描法。方法首先是使天线指向射电点源并使它处于跟踪状态下，以天线指向源位置为中心，方位方向偏离范围约 $\pm 1.5-2$  HPWB 内，步长不大于  $1/5$  HPWB 进行跟踪观测，记录得到的各个扫描点偏离中心的位置和测得的天线温度值的曲线（参看图 3.21）。用适当的曲线拟合上述的扫描结果，我们就可以得到天线的功率方向图，同时我们也可以得到天线功率方向图半功率全束宽 HPBW。用同样方法可以测得仰角方向的天线功率方向图。

拟合曲线的函数形式可以用均匀圆孔径场分布的功率方向图表达式

$$P(x) = \frac{4J_1^2(x)}{(x)^2}。$$

但在实际测量时，一般都用高斯曲线拟合，高斯曲线的函数形式为

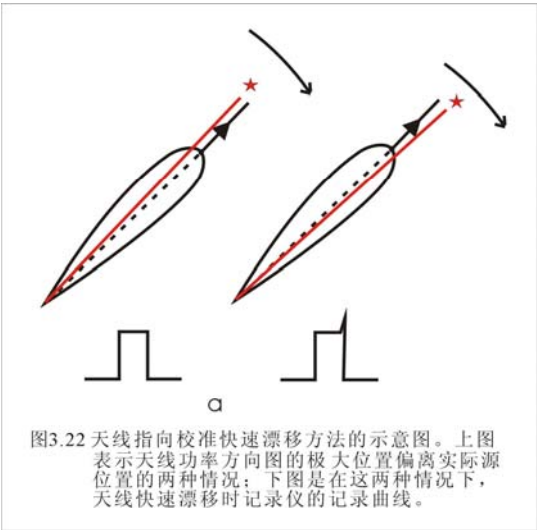
$$P(x) = \exp\left\{-2 \ln 2 \left(\frac{x}{HPBW}\right)^2\right\} \quad (3.61)$$

其中 *HPBW* 为半功率束宽。高斯曲线的极值对应天线增益或天线功率方向图极大的位置，其方向在工程上称为天线的电轴。

在上面的讨论里，我们假设天线电轴准确地指向观测目标，实际上它是不可能的。正如上面我们谈到的那样，天线在正式观测之前首先要做天线指向校准和天线指向精度测量。天线指向初步的校准可以用快速漂移法，但如果要精确得到天线指向误差要用扫描法和 5 点法。下面对这三种方法的原理作简单的介绍。

天线指向校准快速漂移法

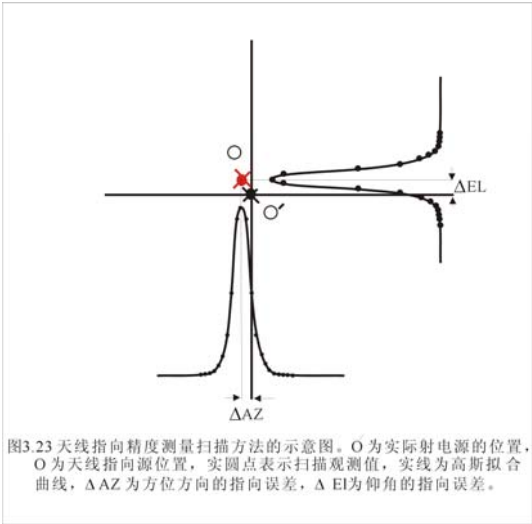
使用快速漂移法可大致获得天线指向与天体真正位置的差值。快速漂移方法中记录设备为记录仪，使天线处在跟踪状态下，指向射电辐射强、小角径（角径远小于天线的 *HPWB*）的射电源，待天线跟踪稳定以后，首先天线在方位正方向（也可以在俯仰方向）快动偏离射电源，如图 3.22 所示记录仪输出突然下降，说明天线基本对准源的方向或偏向方位正方向。如果记录输出先上升后突然下降（称小尖峰），说明天线偏向方位负方向，这时你可加一个修正量  $\delta AZ$ 。待天线



指向位置修正后，把天线重新指向并跟踪射电源，重复上述使天线快动和加修正量，直到记录输出没有小尖峰为止。这时把天线指向射电源，天线无论快动偏离方位正或负方向，记录仪输出都不会出现小尖峰，这时的天线指向和实际源的位置基本一致。这种快速漂移法的精度不会太高，它决定于天线的波束宽度、源角径的大小、记录仪的积分时间等等因素，作为天线指向校准的第一步，它可能是最好的办法。

天线指向精度测量扫描法

该测量方法与天线功率方向图的测定方法类同，但我们的目的是用高斯曲线拟合获得功率方向图极值位置（实际射电源的位置）与中心（指令天线指向的位置）的偏离（参看图 3.23），这个偏离就是天线在方位方向或仰角方向的指向误差。



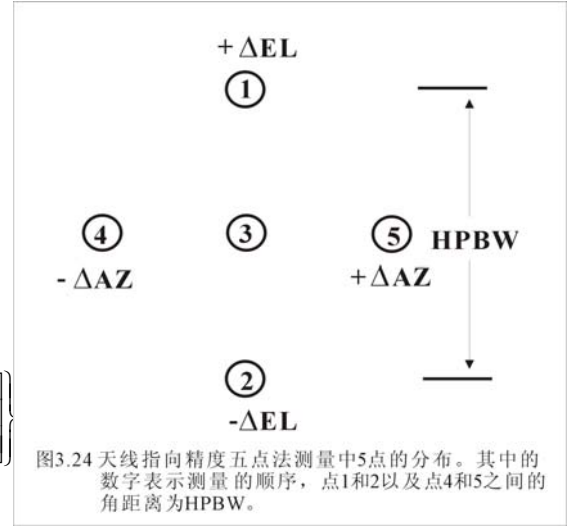


用扫描法测定天线指向的方法所观测的源要强，跟踪观测的积分时间要恰当。如果源比较弱，积分时间不足，观测信号信噪比差，会严重影响测量精度。扫描总的范围和扫描步长由天线的指向精度确定，如果初次进行指向校准，扫描的范围和步长可以大一点。

## 五点法

天线指向精度五点法测量与上面的扫描法非常类似，不同是它只测量 5 点（如图 3.24 所示），它包括源位置方向中心点、方位方向偏离为 $\pm\Delta AZ$ 的东西两点和在仰角方向偏离为 $\pm\Delta EL$ 的南北两点。一般取  $\Delta AZ$  和  $\Delta EL$  为  $HPBW/2$ 。如果我们测量是一个抛物面天线指向精度，天线的功率方向图可以用两维的高斯曲面来近似（参看方程 3.26）。如果天线指向经过了初调，实际射电源应在五点的中心点附近。天线处在跟踪状态下，五点法中每一点与实际源的相对位置是固定的，则五点的天线温度为

$$T_i = T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ_i}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL_i}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.62)$$



上式中， $T_p$  表示天线观测这个射电源测得的天线温度的极值， $\Delta AZ_i$  和  $\Delta EL_i$  分别表示在观测射电源时，方位和仰角方向天线电轴方向相对源的偏离， $HPBW_{AZ}$  和  $HPBW_{EL}$  分别表示天线功率方向图在方位和仰角方向的半功率束宽。根据方程（3.62）我们有

$$\begin{aligned} T_1 &= T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL + HPBW/2}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \\ T_2 &= T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL - HPBW/2}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \\ T_3 &= T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \\ T_4 &= T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ - HPBW/2}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \\ T_5 &= T_p \exp \left\{ -2 \ln 2 \left[ \left( \frac{\Delta AZ + HPBW/2}{HPBW_{AZ}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta EL}{HPBW_{EL}} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.63)$$



从上面 5 个方程我们可以解出  $\Delta AZ$ 、 $\Delta EL$ 、 $HPBW_{AZ}$ 、 $HPBW_{EL}$  和  $T_p$ 。我们关心的是  $\Delta AZ$  和  $\Delta EL$  的解，它们是

$$\begin{aligned}\Delta AZ &= (\ln T_4 - \ln T_5) * \frac{HPBW}{4(\ln T_3 - \ln T_4 - \ln T_5)} \\ \Delta EL &= (\ln T_2 - \ln T_1) * \frac{HPBW}{4(\ln T_3 - \ln T_4 - \ln T_2)}\end{aligned}\quad (3.64)$$

五点法是目前天线指向精度测量用得最广泛的方法，为了提高它的测量精度，它必须预先做过天线指向的粗校准，天线的指向已足够小。另外，观测射电源要尽可能的强，有高的观测信噪比是得到可靠天线指向精度的保证。上面我们在讨论天线指向精度测量时，我们假定所观测的射电源都是点源，但在一些情况下，我们要用展源来做天线指向精度测量，这个问题留到这一章的最后来讨论。

### 天线指向系统误差模型

在上面讨论一般天线的指向误差时，我们曾经谈到天线的指向误差是由系统误差和随机误差两部分组成的，系统误差是由一些固定的因素引起且按确定规律变化的误差，如蒙气差、轴系误差、蜗轮误差等引起的指向误差，它们可以通过观测建立起指向系统误差的模型，简称指向模型（pointing model）。指向模型变化的特征时间大概是几个月，于是大的射电望远镜天线一年要做 2—3 次指向模型更新。除系统误差外，天线还有因热效应引起的，时标约为几十分钟的随机误差，

它不可能用指向模型来消除，只可能在待测天体附近的指向校准源来做指向改正。

首先我们来考虑指向模型。引起天线指向系统误差的一个主要因素是轴系误差，一架大型地平式抛物面天线可以简化为如图 3.25 所示的三根轴，它们是方位轴、俯仰轴和抛物面天线的电轴。大型地平式抛物面天线支架的底部是轮轨，天线可在轮轨上自由地转动使天线指向任意方位的天体。整个抛物面天线支架的转动轴称为方位轴，在理想情况下，方位轴应指向天顶，也就是说整个抛物面天线应在垂直于方位轴的轮轨平面上转动。实际上方位轴偏离天顶方向，它会引起指向误差。俯仰轴的功能是使天线能观测不同高度的天体，显然它应严格地垂直于方位轴，它们不正交也会引起指向误差。天线电轴是天线增益或天线方向图最大的方向，如果要使天线指向正确的位置，天线的电轴要与俯仰轴正交，它们不垂直也会引起指向误差。研究表明这三个轴互不正交引起的指向误差都同观测源的方

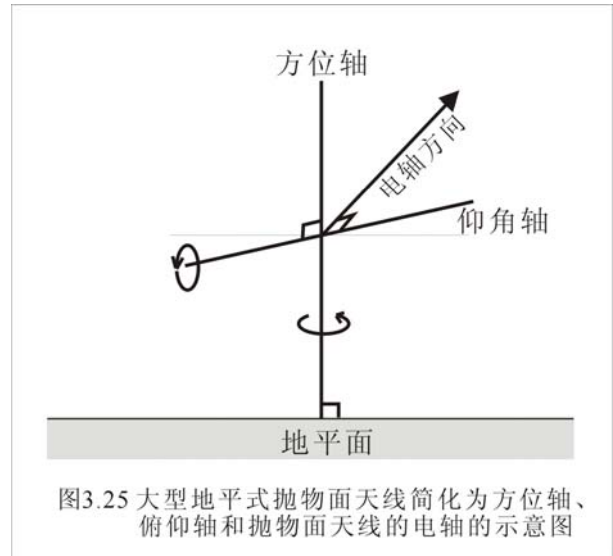


图3.25 大型地平式抛物面天线简化为方位轴、俯仰轴和抛物面天线的电轴的示意图

位和高度有关。引起天线指向系统误差的另一个原因是重力变形，重力变形比较复杂，它可以展开成 1 次项，2 次项和高次项的改正。在一般情况下，只要取 1 次项就可以了，但如果要求高的指向误差改正，必须选取 2 次项和高次项。

如果只考虑轴系误差和重力变形的 1 次项，结合指示方位  $AZ$  和仰角  $EL$  码盘的零点误差，我们可以得到指向系统误差的模型，

$$\begin{aligned}\Delta AZ &= P_1 + P_2 \tan EL - P_3 / \cos EL \\ &\quad + P_4 \sin AZ * \tan EL - P_5 \cos AZ * \tan EL \\ \Delta EL &= P_4 \cos AZ + P_5 \sin AZ \\ &\quad + P_6 + P_7 \cos EL + P_8 \sin EL\end{aligned}\tag{3.65}$$

其中  $\Delta AZ$  和  $\Delta EL$  分别是天线在方位  $AZ$  和仰角  $EL$  方向的指向误差， $P_1$  和  $P_6$  分别表示方位和仰角码盘零点误差， $P_2$  表示俯仰轴与方位轴不正交引起的误差， $P_3$  表示天线电轴与俯仰轴不正交引起的误差， $P_4$  和  $P_5$  分别表示方位轴南北和东西向偏斜引起的误差，最后的  $P_7$  和  $P_8$  分别表示对称和非对称重力变形引起的误差系数。选择几十均匀分布天空的射电点源，用上述的五点法精确地测出每个源的指向误差，建立一组误差方程，就可以用最小二乘法就解出上式的 8 个待定系数  $P_1 \cdots P_8$ 。平时当天线观测方位和仰角分别为  $AZ$  和  $EL$  的天体时，就可以从方程（3.65）获得这个位置的指向的误差，经修正后使天线正真指向观测源的位置。

为了达到精确的天线指向模型，有的观测天体物理学家在上面模型的基础上再加入高次项解指向模型，类似模型方程有

$$\begin{aligned}\Delta AZ &= P_1 + P_2 \tan EL - P_3 / \cos EL \\ &\quad + P_4 \sin AZ * \tan EL - P_5 \cos AZ * \tan EL \\ &\quad + P_9 * AZ + P_{10} \cos AZ + P_{11} \sin AZ + P_{12} \cos(2 * AZ) + P_{13} \sin(2 * AZ) \\ \Delta EL &= P_4 \cos AZ + P_5 \sin AZ \\ &\quad + P_6 + P_7 \cos EL + P_8 \sin EL + \\ &\quad - P_{14} \sin EL * \cos AZ + P_{15} * EL + P_{16} \cos(2 * AZ) + P_{17} \sin(2 * AZ) \\ &\quad + P_{18} \cos(8 * EL) + P_{19} \sin(8 * EL) + P_{20} \cos AZ + P_{21} \sin AZ\end{aligned}$$

上面的精细模型有 21 个系数。观测实践表明模型参数越多就一定越好，最好的方法是先用模型方程（3.65）解出待定系数  $P_1 \cdots P_8$ ，然后用上式解其他参数，考察各项的贡献后再决定最终的模型。