

1997 年的月全食在台灣吸引了不少天文攝影者，在眾多可能的拍攝手法中，地球影的拍攝是許多同好計畫進行的，然而大部份的人都失敗了。失敗的原因有二，一是地球影在天球上的位置原來不是固定不動的，且其移動方式非常複雜，許多現成的天象軟體都不具備計算地球影位置的能力，絕大多數的天文同好也不知如何計算。既不知地球影如何移動，又無法看見它，就不可能準確追蹤了。第二個失敗的因素在，就算取得了地球影在天球上的移動軌跡，也難以準確地指揮望遠鏡對其追蹤。這是因為即使是目前市場上最好的自動導入望遠鏡，其定位精度也只是一角分，這種精度拿來導入天體尚可，拿來做追蹤攝影便嫌不足，更何況是大部份不具自動導入與定位功能的赤道儀？

類似的困擾也出現在拍彗星時，大部份的彗星都十分暗淡，根本不可能透過導星鏡行目視導星，稍亮的或可藉助 CCD，更暗的（如十等以上）連 CCD 都沒輒。我曾在“天文通訊”269 期以專文介紹導星的原理與技巧，前述問題卻幾語帶過。本文即在補前文之不足，介紹如何用導星的方式，追蹤一個已知其坐標變化卻看不見的天體（[註一](#)）。

簡單地說，我用的方法是，利用坐標資料換算出天體在天球上移動的方向與速度，導星時以恆星為參考，令導引星在目鏡中以同樣的速度、相反的方向移動，則望遠鏡應會準確地指向被追蹤的天體。詳細的步驟如下：

步驟一：計算天體的移動速度與方向（請同時參考[範例一](#)）

取得天體在不同時刻的坐標後，便可以內插的方式算出天體在天球上的移動速度與方向，這是導星時必需的資訊。計算通式如下，若某天體在時間 T_1 與 T_2 的赤道坐標分別為 (α_1, δ_1) 與 (α_2, δ_2) ，其中 α 代表赤經， δ 代表赤緯，則根據球面三角，該天體自 T_1 到 T_2 在天球上的移動量 γ 滿足（參考[圖一](#)）：

$$\gamma = \cos^{-1}[\sin\delta_1 \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \cos\delta_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)] \quad (1)$$

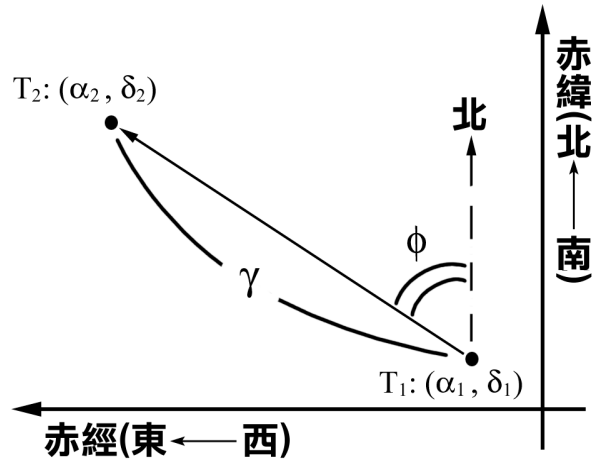
因此該天體移動的角速度 ω 便是：

$$\omega = \gamma \div (T_2 - T_1) \quad (2)$$

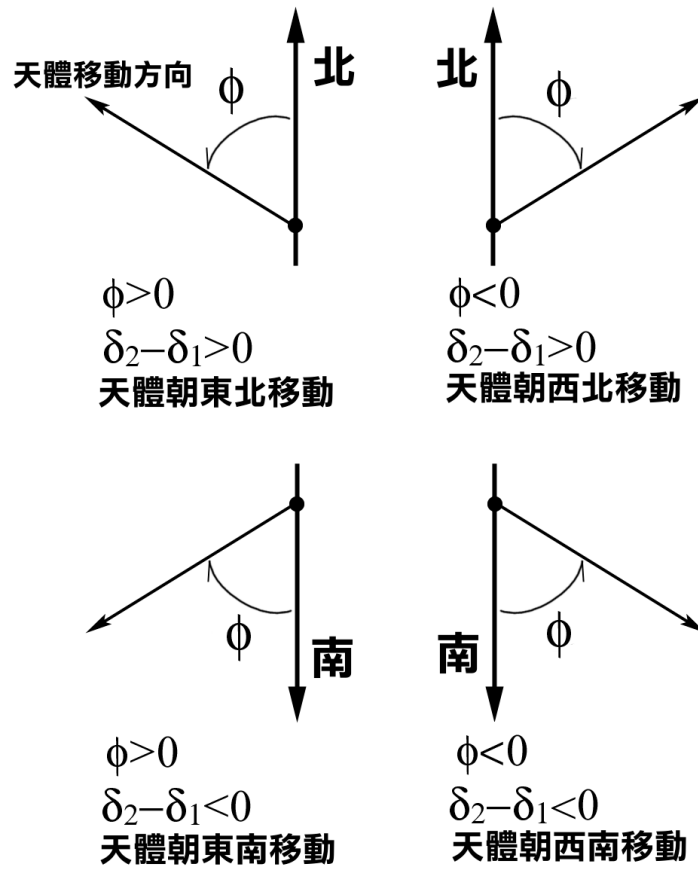
而其移動方向與經線（即南北向）之夾角（以 T_1 點為準） ϕ 則滿足：

$$\phi = \sin^{-1}[\cos \delta_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) / \sin \gamma] \quad (3)$$

其中， γ 由(1)式之值代入。這裡較會引起混淆的是 ϕ 所代表的意義，由於(3)式的反正弦函數永遠只給出介於 $\pm 90^\circ$ 間的值，故 ϕ 的正負號只反映天體是朝東($\phi > 0$)或朝西($\phi < 0$)運動，並未告訴我們天體是朝南或朝北。因此我們需藉助 $(\delta_2 - \delta_1)$ 的正負號作判別，若 $(\delta_2 - \delta_1) > 0$ 則天體朝北移動，反之則朝南，圖二歸納出四種可能的狀況。



(圖一)



(圖二)

步驟二：計算每次導星修正的時間間隔（參考範例二）

雖然天體的移動是持續不斷的，但對進行目視導星的人來說，要以穩定的速度持續移動望遠鏡並不容易。因此較合理的追蹤方式是，在可接受的誤差範圍內，每隔一段時間便在導星目鏡中移動導引星一次，跳躍式地帶動導引星移動。在此，以在台灣最廣為使用的 GA-4 導目鏡為例（註二），介紹如何配合 GA-4 進行移動天體的追蹤。

圖三所繪為 GA-4 導星目鏡中所見之景像，共六圈同心圓，每向外一圈直徑加倍，而十字線上的刻度間隔則與第一圈（最內圈）的直徑相同，而第一圈的角直徑 θ 可由下式計算：

$$\theta = 5/f \quad (4)$$

f 為導星鏡焦距，以公尺為單位， θ 以角秒為單位。我們的盤算是，如果能令十字線指向與天體移動方向相符，我們便可將導引星放在十字線的某個小刻劃上，隔一段時間再將導引星移到下一個刻劃，不斷重複。而在兩個小刻劃間移動導引星的時間間隔 T 應是：

$$T = \theta / \omega \quad (5)$$

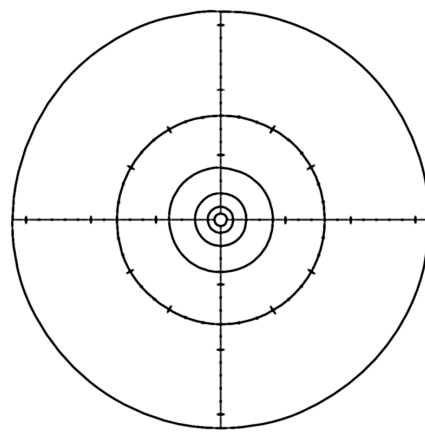
其中， ω 可由(2)式得出。

需提醒讀者的是，按 GA-4 的設計，當導星鏡焦距為主鏡的 1.25 倍時，第一圈所代表的追蹤誤差為 20μ （在底片上）。換句話說，(5)式算出的時間間隔，只有在導星鏡焦距在主鏡的 1.25 倍以上時，才能攝得移動平滑而不跳動的背景星跡，且被攝天體看起來沒有移動。反之，若導星鏡焦距小於此，則有可能背景星的移動軌跡是跳動的。此時，修正的時間間隔必須縮短而每次移動導引星的距離也必須縮短，這當然很不方便。若讀者的導星鏡焦距較短，最好能以延焦鏡做適度的加倍。

步驟三：調整導星目鏡的十字線方向（參考範例三）

前面的計算可說是在家中進行的事前準備，現在可以朝野外出發了！

在將目標天體導入相機中心且選定附近一顆夠亮的星導入導星目鏡後，接下來的工作便是將導星鏡的十字線轉至天體的移動方向上，這可利用 GA-4 第五圈上的角度刻劃（每 10 度一刻劃）。首先需確認目鏡中的方向，最簡單的方法是短暫切斷赤道儀的追蹤，則導引星移動的方向為西方，自西方順時針每隔 90 度依次是：



(圖三)

北、東、南（別忘了，在 GA-4 中看到的是鏡像，東西或是南北方有一者會是顛倒的）。確定方向後便可旋轉十字線，以赤道儀控制器令導引星沿南北運動，直到導引星移動的軌跡與十字線夾角為(3)式所計算出的 ϕ 為止，同時利用角度刻劃來做較精密的確認。

步驟四：開麥拉！

現在一切就緒，可以開始拍攝了。在啟動快門前先將導引星置於十字線的小刻度上，你可選擇以十字線兩端為起點將導引星向中心移動，或是反過來。唯一要小心的是，移動導引星的方向應與步驟一所得出的方向相反，如此主鏡才能維持指向目標天體，可別弄反了！

按下快門後便依正常程序導星，以控制器維持導引星於十字線的刻度交點，以此修正各種追蹤誤差，而每隔一段時間（依步驟二所計算），便以控制器將導引星沿十字線移到下一個刻度上。這時，有個方便察看的計時器甚至報時員會很方便。而若天體移動得很快，或是主鏡焦距較長，使得每次移動導引星的時間間隔很短.....就是考驗攝星者技巧與智慧的時候了。

結語

看完前面的介紹（甚至只看到一半），恐怕已有讀者覺得麻煩不堪，事實上我已避重就輕，盡量把問題簡化了。例如，文中的計算是假設天體的移動乃等速且沿著大圓，但事實是，不論是彗星還是地球影，都很難湊巧沿著大圓，且是不斷改變速度的。面對此一難處，較合理的對策是盡量取得最密集的坐標資料，如果兩個資料點的時間與位置夠接近，我們可以姑且當做天體於此二點間的移動為等速且沿著大圓，這是內插法的基本精神。除此之外，我自己在 1997 年拍攝地球影時也遇到另一個問題：地球影移動的速度實在太快了，從月食開始到結束，其移動量遠遠超過 GA-4 第六圈的直徑，GA-4 根本不夠用。讀者在拍攝高速移動的彗星時也會遇到同樣的問題。

實際拍攝的問題必然是層出不窮的，遠非幾條算式所能交待。希望讀者看完本文後不要被限制住，很多問題還是需要攝星者依狀況不同親自找出解答。另一方面，我也很希望業餘赤道儀快快進步，看未來能否出現可以以極高的精確度追蹤彗星、小行星甚至地球影的赤道儀，由這種高科技的產品來把這篇文章埋葬掉。

註釋

註一：至於如何計算地球影在每一時刻的天球坐標，很抱歉不在本文的討論範圍內。

註二：本文所介紹的方法雖是配合 GA-4，但只要了解其原理，使用其它導星目鏡的攝星者一定能找出適當的方式來追蹤移動天體。

註三：本文原出處為 [ALOHA 天文小站](#)。

範例

例一：

以下是某天體於兩個不同時間的坐標：

Time	R.A.	Dec.
1995.2.30 18:00	$18^{\text{h}}16^{\text{m}}52^{\text{s}}.2$	$-17^{\circ}13'16''$
1995.2.31 06:00	$18^{\text{h}}19^{\text{m}}35^{\text{s}}.9$	$-16^{\circ}51'42''$

首先將赤經與赤緯的單位統一用度表示，利用：

$$\text{赤經：} 1^{\text{h}} = 15^{\circ}, \quad 1^{\text{m}} = 1^{\text{h}}/60 = 0^{\circ}.25, \quad 1^{\text{s}} = 1^{\text{m}}/60 = 0^{\circ}.004167$$

$$\text{赤緯：} 1' = 1^{\circ}/60, \quad 1'' = 1^{\circ}/3600$$

得到：

$$(\alpha_1, \delta_1) = (274^{\circ}.217674, -17^{\circ}.218333)$$

$$(\alpha_2, \delta_2) = (274^{\circ}.908043, -16^{\circ}.861667)$$

由於我們希望最終的計算精度達角秒（三千六百分之一度）以下，故以度為表示時至少要寫到小數點下第六位，藉助工程計算機或電腦，把以上數字代入(1)式，我們有：

$$\gamma = \cos^{-1}(0.9999142) = 0^{\circ}.750405 = 2701''.458$$

又由於 $T_2 - T_1 = 720 \text{ min}$ ，代入(2)式後我們得到：

$$\omega = 3''.75 / \text{min}$$

也就是天體每分鐘於天球上移動 3.75 角秒。為了得到天體的移動方向，利用(3)式：

$$\phi = \sin^{-1}(0.880447) = 61^{\circ}.7$$

由於 $\alpha_2 - \alpha_1$ 與 $\delta_2 - \delta_1$ 皆大於零，我們知道實際上天體移動的方向是北偏東 61.7 度。

例二：

某甲使用焦距 530mm 的主鏡拍攝前述天體，他的導星鏡焦距為 700mm（符合正文中所述的條件），他在 GA-4 導星目鏡中所見相鄰兩十字線刻劃所代表的角距離為：

$$\theta = 5 \div 0.7 = 7''.1$$

再由(5)式，他導星時每次移動導引星至下一個十字線刻劃的時間間隔為：

$$T = 7''.1 \div (3''.75 / \text{min}) = 1.893 \text{ min} = 1 \text{ 分 } 53 \text{ 秒 } 5$$

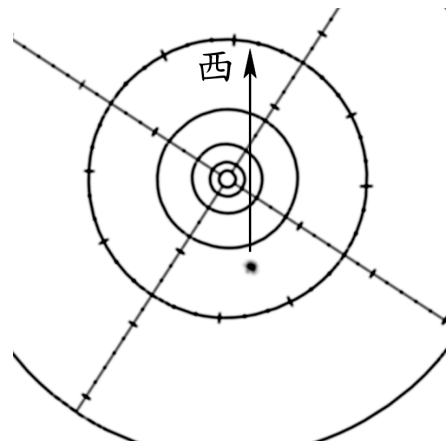
若某甲預計曝光 15 分，那麼他應在自曝光開始起的下列時間，將導引星在 GA-4 內沿十字線移動一格：1 分 53 秒、3 分 47 秒、5 分 40 秒、7 分 34 秒、9 分 27 秒、11 分 21 秒、以及 13 分 14 秒。這是較精確的數字，由於該天體移動並不快，實際在導星時出現五到十秒的差距影響並不大，某甲可以拍得很從容。

例三：

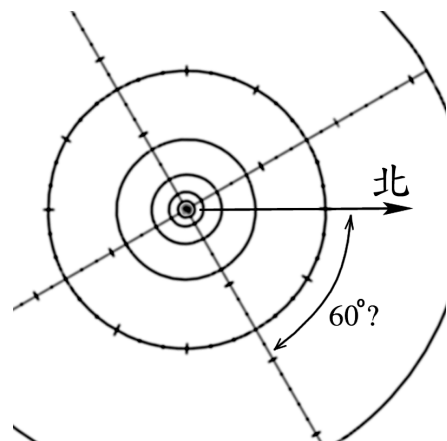
承上例，此處以圖解的方式介紹如何確認導星目鏡中的方向並轉動 GA-4 十字線至正確方向，請看圖四。

圖四：

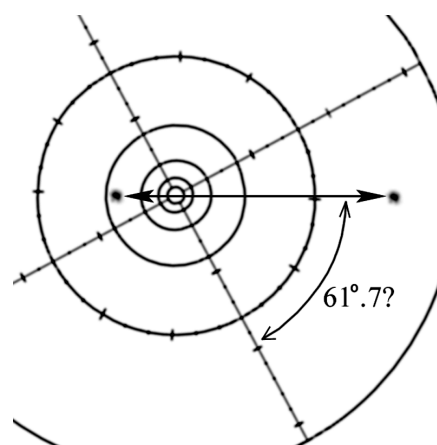
- (a) 關一下赤道儀電源，發現導引星向上漂，表示西方在上，北在右。



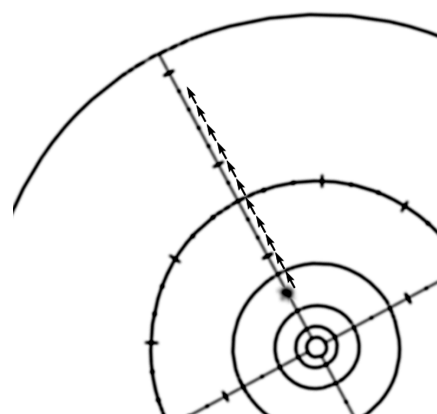
- (b) 利用 GA-4 十字線的旋轉與平移功能，先大致將十字線轉成與北方夾 60 度，再將導引星置入十字線正中央。



- (c) 利用赤道儀控制器令導引星於南北方向來回移動，微調 GA-4 十字線的方向，觀察位於第五圈的角度刻劃，直到導引星能同時通過十字線正中央與第五圈上代表 $61^{\circ}.7$ 的位置為止。



- (d) 由於天體是朝東北移動，拍攝時便應令導引星朝西南方移動，此處西南為左上方。將導引星置於左上方十字線的某個刻劃點上，即已完成所有準備，拍攝時每隔 1 分 53.5 秒將導引星沿十字線朝左上移動一格即可。



版權聲明

本文作者是王為豪（whwang@asiaa.sinica.edu.tw），本文著作權歸作者所有。只要將此版權聲明原封不動地放在文章中，並以此為唯一的版權聲明，任何人可自由地以任何形式修改、複製與散佈全部或部份的本文，包括販售圖利，以及將本文重新排版成各種檔案格式，而不需經任何人同意。請你注意的是，不論你如何散佈或修改本文，除了這段版權聲明，你不能對你的散佈品作任何其它的限制，也就是你不能限制他人散佈你的散佈品，否則作者將對你採取法律行動。如果你對擴充或修改本文有任何建議，請與作者聯絡，作者將樂於把你的大名放在本文的擴充版本裡。